

2017 年度入学試験問題(後期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は4ページあり、問題はⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり、解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。
指定欄以外への記入はすべて無効である。
計算や下書きは問題用紙の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) 解答用紙の所定欄に受験番号を記入せよ。氏名を記入してはならない。
なお、記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は、数学の試験が無効となる。
解答用紙の※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子、解答用紙はともに持ち出してはならない。
- 5) 試験終了時には、問題冊子の上に解答用紙を裏返して置くこと。解答用紙、問題冊子の回収後、監督者の指示に従い退出すること。

I (1)~(5)の の中に、あてはまる数、角度、整式、不等式、記号、語句などを記入せよ。

- (1) 1次不定方程式 $29x + 2017y = 1$ のすべての整数解を整数 n を用いて表すと ア となる。この整数解の組の中で $|x + y|$ を最小とする (x, y) の組は イ である。

- (2) $x = \frac{2}{\sqrt{3-\sqrt{5}}}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3+\sqrt{5}}}$ のとき, $x^2 + y^2 =$ ウ ,
 $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 =$ エ , $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} =$ オ である。

- (3) 次の表は ID 1 から 10 の 10 人の受験者の M と E の科目の得点を示したものである。M の平均値は カ , 中央値は キ , 分散は ク である。この表の E の得点に一人だけ誤ったデータが含まれている。E の平均値と分散が M と同じであるとき, ID ケ の E の得点の正しい値は コ である。このとき M と E の相関係数は サ である。

ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M	6	9	6	4	7	5	5	7	3	8
E	6	8	5	4	5	7	6	7	2	9

- (4) $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と対辺 BC との交点を D とする。 $AB = 4$, $AC = 12$, $\angle A = \frac{\pi}{3}$ のとき, $BC =$ シ , $BD =$ ス , $CD =$ セ ,
 $AD =$ ソ である。

- (5) 複素数 $\alpha = \cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi$ とおくとき,
 $\alpha + \alpha^3 + \alpha^5 + \alpha^7 =$ タ ,
 $\frac{1}{1-\alpha} + \frac{1}{1-\alpha^3} + \frac{1}{1-\alpha^5} + \frac{1}{1-\alpha^7} =$ チ ,
 $\frac{\alpha}{1-\alpha} + \frac{\alpha^3}{1-\alpha^3} + \frac{\alpha^5}{1-\alpha^5} + \frac{\alpha^7}{1-\alpha^7} =$ ツ である。

II xy 平面上の放物線 $y = m(x - p)^2$ (ただし, $m > 0$) と

円 $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$ が異なる 4 点 A, B, C, D で交わっている。A, B, C, D の x 座標を, それぞれ a, b, c, d (ただし, $a < b < c < d$) とする。

(1) $a + b + c + d =$ である。

(2) a, b, c, d が初項 0, 公差 k とする等差数列をなすとき, k を p を用いて表すと $k =$ である。

(3) AC と BD の交点を E とする。A, B, C, D が(2)の条件を満たすとき E の座標を p と m を用いて表すと である。

(4) さらに, AC と BD が直交するとき, 円の方程式を p を用いて表すと である。

(5) p が(4)の条件を満たしながら変化するとき, 円の中心の軌跡を に図示せよ。

Ⅲ 2チームが対戦して勝ち負けを決める球技(ただし、引き分けはない)があり、A, B, Cの3チームがこの球技を行う大会に参加することになった。AとB, BとC, CとAがそれぞれ対戦したときに勝利する確率の比はそれぞれ $a:b$, $b:c$, $c:a$ (ただし, a, b, c は $a+b+c=1$, $c \leq b \leq a$ を満たす正の実数)であるとする。以下の問に答えよ。なお, 確率を答えるときは, $X = \frac{bc}{a}$ を用い, a と X の関数として記述すること。

(1) A, B, Cの3チームがリーグ戦(すべての組合せを一回ずつ対戦)を行う。このリーグ戦では, あるチームが2勝した場合に限りそのチームを優勝とし, 3チームが1勝1敗で並んだときには優勝チームを決めないものとする。このリーグ戦でAが優勝する確率は $P_1 = \boxed{\text{ネ}}$ である。また, このリーグ戦で優勝チームが決まったときにその優勝チームがAである確率は $P_2 = \boxed{\text{ノ}}$ である。

(2) Aがシード権を獲得しているトーナメント形式の対戦を考える。まずBとCが対戦し, その勝者がAと対戦して, この対戦に勝ったチームが優勝となる。このとき, Aが優勝する確率は $P_3 = \boxed{\text{ハ}}$ である。

(3) 3チームが等しい確率のくじを引いて対戦相手を決めるトーナメント形式の対戦を考える。先にくじによって決められた2チームが対戦し, その勝者が残りの1チームと対戦して, この対戦に勝ったチームが優勝となる。このとき, Aが優勝する確率は $P_4 = \boxed{\text{ヒ}}$ である。

(4) 以上の P_1, P_3, P_4 の確率を比較することで, この3つの対戦方法の中で, どの方法がAにとって最も有利な対戦方法だと考えられるか。その対戦方法を理由とともに $\boxed{\text{フ}}$ に記せ。

IV xyz 空間において, 原点 $O(0, 0, 0)$ と点 $A(1, 1, 1)$ を結ぶ線分 OA を中心軸とした半径 1 の円柱の内部のうち, $0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z$ を満たす範囲に含まれる体積 V を求めよ。